tuniTests.tn

نجاحك يهمنا

Lycée : *Thelepte*	Devoir de synthèse N°1	$4^{ème}$ maths
Mhamdi Abderrazek	Mathématiques	Durée : 3heures

Exercice 1 (3points) :

Répondre par vrai ou faux au questions suivantes (aucune justification n'est demandée)

1).La fonction $x \longmapsto \frac{|2x-3|}{\sqrt{x^2+x+1}}$ admet au moins une primitive sur IR.

2). La fonction $x \longmapsto (2x+1)^5$ est une primitive sur IR de la fonction $x \longmapsto 5(2x+1)^4$.

3).Deux isométries qui coïncident en trois points sont égales.

Exercice 2 (6points) :

Soit ABCD un carré direct de centre O. Les points I , J et K sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC] et [CD].

1).Le plan complexe est munie du repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{OJ} ; \overrightarrow{OK})$.

On considère l'application $g : P \to P ; M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = -i\,z$.

a).Montrer que g est une isométrie.

b).Caractériser g.

2).Soit R la rotation qui transforme C en J et J en O.

a).Préciser l'angle de R.

b).Déterminer $R \circ R(C)$. En déduire le centre Ω de R.

3).Préciser R(O) puis R(I). En déduire la nature exacte du triangle ΩID.

4).Soit $\varphi = t_{\overrightarrow{CJ}} \circ R$. Préciser $\varphi(O)$ et $\varphi(C)$ .En déduire que $\varphi = g$.

Exercice 3 (5points) :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1). Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - (3+i)z + 2(1+i) = 0$.

2).Soit l'équation (E_θ) : $z^2 - (3+i)e^{i\theta}z + 2(1+i)e^{2i\theta} = 0$. ($\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$)

a).Montrer que z est une solution de (E_θ) si et seulement si $(ze^{-i\theta})$ est une solution de (E).

b). Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ) .

3).On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a=2e^{i\theta}$; $b=(1+i)\,e^{i\theta}$ et $c=ie^{i\theta}$.

a).Donner la forme exponentielle de b et c.

b).Montrer que $(OA)\perp(OC)$ et $(BO)\perp(BA)$.

c).Construire les points A,B et C pour une valeur de θ choisie arbitrairement dans $]0\,;\frac{\pi}{2}[$.

4).a).Montrer que OABC est un trapèze ($\forall\ \theta \in [0\,;\frac{\pi}{2}]$)

b).Vérifier que l'aire de ce trapèze est constante ($\forall\ \theta \in [0\,;\frac{\pi}{2}]$).

<u>Exercice 4</u> (6points) :

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\frac{\pi}{4}]$ par $f(x)=\sqrt{\sin(2x)}$ et on désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère Orthonormé $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$

1).Montrer que f n'est pas dérivable à droite en 0.Interpréter ce résultat graphiquement.

2).a).Montrer que f est dérivable sur $]0\,;\frac{\pi}{4}]$ et calculer $f'(x)$ ($\forall x \in\ ]0\,;\frac{\pi}{4}]$).

b).Dresser le tableau de variation de f puis tracer $\mathcal{C}_f$.

3).a). Montrer que f est bijective de $[0\,;\frac{\pi}{4}]$ sur $[0\,;1]$. (on notera g la fonction réciproque de f).

b).Etudier la dérivabilité de g à droite en0 et à gauche en 1.

c). Montrer que g est dérivable sur $]0\,;1[$ et que $g'(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$ ($\forall x \in\ ]0\,;1[$).

4).a).Montrer que , $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$,l'équation $f(x)=\frac{1}{n}$ admet dans $[0\,;\frac{\pi}{4}]$ une unique solution α_n puis calculer α_1.

b).Montrer que (α_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente vers une limite à calculer.

BON TRAVAIL